ЭППТ 2015
ACED 2015

УДК 621.3.076

4.3. ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА К СИНТЕЗУ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

APPLICATION OF SPECTRAL METHOD TO SYNTHESIS OF ELECTRIC DRIVE CONTROL SYSTEMS

Бородин Михаил Юрьевич, канд. техн. наук, доцент каф. «Электропривод и автоматизация промышленных установок» Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19. E-mail: bmu@k66.ru, Тел.: +79222236654
Бородин Евгений Михайлович, канд. техн. наук, доцент каф. «Строительной механики» Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19. E-mail: bem-imach@yandex.ru, Тел.: +79826486518
Кондаков Константин Андреевич, студент Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19.
Mikhail J. Borodin, Cand. Sc., Ural Federal University named after the first President of Russia B.N.Yeltsin, 620002, Mira street, 19, Ekaterinburg, Russia. E-mail: bmu@k66.ru. Ph.: +79222236654
Evgeniy M. Borodin, Cand. Sc., Ural Federal University named after the first President of Russia B.N.Yeltsin, 620002, Mira street, 19, Ekaterinburg, Russia. E-mail: bem-imach@yandex.ru. Ph.: +79826486518
Konstantin A. Kondakov, Student, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N.Yeltsin, 620002, Mira street, 19, Ekaterinburg, Russia.

Аннотация: Рассматривается применение спектрального метода к синтезу систем управления электроприводами. Предлагается использовать отличную от традиционной систему базисных функций. Показано, что диадное вейвлет-преобразование сигналов удовлетворяет основным требованиям к системам базисных функций.
Abstract: The purpose of paper is to consider application of spectral approach to the problems of electrical drive control synthesis. The usage of non-conventional basis functions is proposed. It is shown, that dyad wavelet transform satisfies main requirements to such basis functions.
Ключевые слова: спектр сигнала; полоса пропускания; вейвлет-преобразование; интегральные уравнения.
Key words: signal spectrum; bandwidth; wavelet transform; integral equations .

Применение частотных методов при синтезе систем управления, в том числе, электропривода, основано на представимости сигналов в виде ряда гармонических составляющих. Комплекснозначные частотные характеристики компонента системы указывают, как преобразуются амплитуда и начальная фаза синусоидальной компоненты. Функции амплитуды гармоник и начальной фазы от частоты $A(\omega), \varphi(\omega)$ принято называть спектром сигнала.

Обращаясь к применению аппарата частотных характеристик, видим, что сплошность спектра сигналов при неопределенной периодичности сигналов хорошо согласуется с аппаратурой непрерывных («аналоговых») систем, т.к. для любого произвольного значения частоты (а, стало быть, периода повторения процессов) можно указать коэффициент передачи амплитуды компонента САУ и сдвиг фазы. Эти представления и легли в основу группы частотных методов ТАУ в задачах анализа и синтеза непрерывных систем в классической постановке.

Вместе с тем, исследователей давно привлекали возможности непосредственной обработки спектров сигналов при цифровой реализации регуляторов и САУ в целом. Идея состоит в том, что непрерывность и стационарность частотных характеристик регулятора в аналоговой системе избыточны в конкретном режиме электропривода и недоиспользованы в общем случае. Более того, могут служить источником нежелательных эффектов, например, пульсаций тока статора при расширении полосы пропускания контура скорости. Более детально эта проблема обсуждается ниже. Другой пример – наличие в канале управления колебательных звеньев, упругостей силового или измерительного плана. Попытка повышения быстродействия контура скорости приводит к возбуждению автоколебаний. Как пример спектрального подхода к синтезу алгоритмов регулятора скорости, рассмотрим ранее выполненную разработку на кафедре [8] под руководством Кулесского Р.А. Известно, что сигнал датчика скорости содержит полезный сигнал и совокупность помех. Изложенные выше представления о сигнале регулятора скорости как наборе синусоидальных сигналов позволяют представить подавление оборотных помех как ограничение полосы пропускания путем увеличения постоянной фильтра в канале обратной связи по скорости. Однако при этом ухудшаются статические и динамические характеристики электропривода. Было предложено изменять полосу пропускания регулятора скорости на время переходного процесса приема – сброса нагрузки. Разработка была доведена до практического внедрения на редукционном стане ТПА-80 и показала заметный технологический эффект. Предполагалось применение этой идеи для гашения упругих колебаний механизма поворота платформы экскаватора ЭШ 20-90.

Интересно, что идея перестраиваемого регулятора скорости нашла поддержку в разработках зарубежных фирм. Так, современные разработки частотных приводов фирмы KEB [9] содержат ПИ-регулятор скорости, в котором «коэффициент пропорциональной части устанавливается в зависимости от системных отклонений , а коэффициент интегральной части зависит от скорости вращения. Тем самым могут быть улучшены динамические характеристики и сглажены выбросы» (конец цитаты). Конечно, ряд принципиальных моментов в руководстве KEB не раскрыт. В частности, управляющим сигналом для Кп обозначена системная переменная Xd. В упомянутой выше разработке кафедры [8] роль этого сигнала выполняла амплитуда первой гармоники сигнала скорости, экстраполируемая по окну отсчетов датчика скорости с помощью ДПФ.

Основы общей теории систем управления с нестационарными спектральными характеристиками сигналов и элементов систем, заложены в [7]. Среди множества полезных свойств систем с нестационарной настройкой, освещенных там, выделим линейность таких систем. Это позволяет сохранить преемственность методов синтеза и анализа, а также, при выполнении некоторых ограничений, интерпретацию получаемых результатов на уровне ЛАЧХ. Анализу этих свойств посвящены другие работы этого коллектива [1]. Интуитивно использовались эти свойства и в первых шагах коллектива [8]. Дальнейшее развитие спектрального подхода применительно к задачам электропривода сталкивается с рядом проблем. Система базисных функций в виде синусоидальных функций времени не является единственной. Одним из центральных вопросов является формулировка требований к системе базисных функций. Попытка обзора таких требований в общем случае приведена в заключительной части работы.

В данной работе будет использоваться описание объекта и системы управления в форме интегральных уравнений, применение которых тесно связано со спектральным подходом в задачах анализа и синтеза систем управления. Подход на основе интегральных уравнений имеет ряд преимуществ по сравнению с использованием дифференциальных уравнений – применимость к более широкому кругу систем (нет производных в явном виде), возможность рассмотрения задач анализа и синтеза с единых позиций и др. [1].. Пусть имеется система описывающих объект обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt}u = Au + f(t), \tag{1}$$

где u - искомые функции, A - матрица, возможно, с переменными коэффициентами, $f(t)$ - управляющее воздействие на систему. Выделим в операторе A составляющую, образующую вместе с $\dot{u}$ линейный дифференциальный оператор, перепишем систему (1) в следующем виде

$$Lu = Du + f(t), \tag{2}$$

где L - линейный дифференциальный оператор, действующий на вектор-функцию u.

Домножим обе составляющие (2) слева на матрицу вида

$$G(t,s) = diag(G_1(t,s),...G_N(t,s)),$$

где $G_i(t,s)$ - функция Грина для оператора L_i, i - номер строки вектора u. Получим систему интегральных уравнений вольтерровского типа, вообще говоря, нелинейных:

$$u_i(t) = \int_0^t \left[G_i(t,s)(Du(s))_i + f_i(s)\right]ds \tag{3}$$

Известно, что для всех линейных дифференциальных операторов функции Грина существуют [2]. Таким образом, весьма широкий класс объектов, включающий в себя колебательные, апериодические, интегральные, форсирующие звенья, может быть приведен к системе интегральных уравнений вида (3).

Так как в системе интегральных уравнений (3) все уравнения однотипны, то, не уменьшая общности, будем далее рассматривать одно интегральное (ИУ) уравнение вольтерровского типа:

$$u(t) = \int_0^t G_i(t,s) f_i(s) ds \qquad (4)$$

Полагая неизвестным в ИУ (4) входное воздействие f при известной реакции системы u, придем к интегральному уравнению типа Вольтерры I рода, т.е. к некорректной задаче, численное решение которой хотя и возможно, но устойчивость методов типа квадратур гарантировать нельзя. Поэтому ограничимся рассмотрением уравнения (3), как уравнения типа Фредгольма I рода. Для них известно, что корректность задачи обеспечивается тем, что область определения интегрального оператора, на которой ищется решение, предкомпактно, т.е., замкнуто и ограничено.

Полагая задачей частотный синтез системы управления, естественным выглядит представление неизвестной функции в уравнении Фредгольма I рода как образа некоторого вполне непрерывного оператора [3], который, как известно [4], отображает непрерывное множество в предкомпактное. В качестве примера вполне непрерывного оператора можно было бы выбрать представление в виде обратного преобразования Фурье:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipt} F(p) dp \quad (5)$$

Класс операторов, образ которых предкомпактен, несколько шире, чем множество вполне непрерывных операторов и включает в себя так называемые компактные операторы, которые отображают ограниченное множество в предкомпактное, но требование непрерывности к ним не предъявляется [5].

Подставив (5) или иной образ компактного оператора в (3), можно было бы свести задачу решения к условной минимизации функционала

$$\left.\begin{aligned} &\hat{F}(p) = \min_{F(p)} \| J(t) \|, \\ &J(t) = u(t) - \int_0^t G(t,s) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{ipt} F(p) dp \right] ds \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Причем в качестве дополнительных условий можно было бы принять минимальное перерегулирование, минимум времени переходного процесса и т.п. Результат решения задачи синтеза был бы получен в виде образа Фурье, т.е., сразу в виде частотной характеристики. Такой подход при построении системы управления представляется, однако, ограниченным, поскольку спектральная характеристика управляющего воздействия была бы непрерывной и весьма широкой – в то время как для построения системы управления целесообразно иметь узкополосный сигнал со спектром, локализованным во времени. В этом смысле представление и использование разложения в виде ряда Фурье (по членам ортонормированной тригонометрической системы), является не самым удачным.

Вместо представления (5) следует использовать разложение по какой-либо системе функций, хорошо локализованной как во временной, так и в частотной области. В качестве такой системы функций выберем обратное непрерывное вейвлет-преобразование:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(a,b) \frac{1}{a^2} \psi_{ab}(t) da db, \qquad (6)$$

где $C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} (|\Psi(p)| / p) dp$ - константа допустимости, a - множитель временного масштаба, соответствующий периоду функции, b -параметр сдвига по времени, базисные функции $\psi_{ab}(t)$ определяются как

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{b}\right). \qquad (7)$$

В формуле (7), в свою очередь, $\psi(\cdot)$ - это порождающий вейвлет. Перечислим для ясности условия, которым должен удовлетворять порождающий вейвлет. Это, во-первых, локализация во временной и частотной областях:

$$|\psi(t)| \le C(1+|t|)^{-1-\varepsilon},$$

$$|\Psi(p)| \le C(1+|p|)^{-1-\varepsilon}, \qquad \varepsilon > 0$$

во-вторых, нулевое среднее значение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0,$$

в-третьих, ограниченность:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt \le \infty \qquad (8)$$

Поскольку численная реализация в любом случае предполагает дискретизацию, рассмотрим дискретизированный вариант формулы обращения (6). Для этого введем сетку для параметров a и b:

$$a = 2^j; \qquad b = k \cdot 2^j$$

$$\psi_{jk}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} t - k),$$

где j, k - целые числа, при этом j называется параметром масштаба. Тогда, в соответствии с формулами диадного вейвлет-преобразования [6] получим:

$$f(t)=T\{d_{jk}\}=\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}d_{jk}\psi_{jk}(t) \qquad (9)$$

Покажем, что оператор T, определенный преобразованием (9), компактен. Перепишем формулу (7) в виде:

$$f=Tx, \qquad T:l_2^2\to L_2,$$

где L_2 - пространство функций, квадратично интегрируемых по Лебегу, $l_2^2=l_2\times l_2$, l_2 - пространство убывающих последовательностей чисел. Будем полагать, что для коэффициентов спектрального разложения верно:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|d_{jk}\right|<\infty.$$

Определим совокупность компактных операторов:

$$T_n\{d_{jk}\}=\sum_{j=-n}^{n}\sum_{k=-\infty}^{\infty}d_{jk}\psi_{jk}(t) \qquad (10)$$

Покажем, что оператор (10) компактен. Выделим подпоследовательность компактных операторов,

$$T_{nm}\{d_{jk}\}=\sum_{j=-n}^{n}\sum_{k=-m}^{m}d_{jk}\psi_{jk}(t) \qquad (11)$$

Оператор (11) компактен в силу своей конечномерности и условия ограниченности вейвлетов. Теперь, в соответствии с неравенством Минковского,

$$\left\|T_{nm}x-T_nx\right\|\le\sum_{j=-n}^{n}\sum_{k=m+1}^{-\infty}\left(\left|d_{jk}\right|^2\left\|\psi_{jk}(t)\right\|^2+\right.$$
$$\left.+\left\|d_{(j)(-k)}\right\|^2\left\|\psi_{j(-k)}(t)\right\|^2\right)$$

В силу свойств пространства l_2, ряд

$$\sum_{k=m+1}^{-\infty}\left(\left|d_{jk}\right|^2\left\|\psi_{jk}(t)\right\|^2+\left\|d_{(j)(-k)}\right\|^2\left\|\psi_{(j)(-k)}(t)\right\|^2\right)$$

сходится, и более того, сумма его как остатка сходящегося ряда равна нулю при $m\to\infty$. Норма вейвлетов не зависит от параметров масштаба и сдвига, и выполняется соотношение

$$\left\|T_{nm}x-T_nx\right\|\le\varepsilon,$$

следовательно, согласно [5] оператор T_n компактен. Аналогичным образом, можно видеть, что

$$\left\|T_nx-Tx\right\|_{L2}\le\sum_{j=n+1}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{-\infty}\left(\left|d_{jk}\right|^2\left\|\psi_{jk}(t)\right\|^2+\right.$$
$$\left.+\left\|d_{(-j)(k)}\right\|^2\left\|\psi_{(-j)k}(t)\right\|^2\right)\le\varepsilon,$$

то есть и для оператора T, определяющего обратное вейвлет-преобразование, выполняется свойство компактности. Таким образом, условие существования решения интегрального уравнения I рода будет выполнено, если использовать представление неизвестного входного воздействия в виде диадного обратного вейвлет-преобразования. При практической реализации спектральная характеристика будет ограничена конечным числом членов ряда в (9), что и эквивалентно выполнению условия предкомпактности. Результат данной части статьи, однако, гарантирует при произвольном увеличении членов ряда, что потеря вычислительной устойчивости алгоритма синтеза будет связана только с особенностями ЭВМ и реализацией алгоритмов линейной алгебры.

ВЫВОДЫ

1. Обозначены перспективные направления развития теории систем автоматического управления электроприводов. Сохраняются основные представления и инженерный инструментарий для синтеза и анализа систем, основанные на понятии передаточной функции, частотных характеристик, спектра сигнала.
2. Дальнейшее качественное совершенствование систем управления по-видимому, связано с введением в рассмотрением нестационарных спектров систем базисных функций, отличных от традиционных гармонических функций.
3. Сформулированы общие требования к таким системам базисных функций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления М.: Машиностроение, 1986. 440 с.
2. Хёрмандер Л. К теории общих дифференциальных операторов в частных производных. М.:ИЛ, 1959. 131 с.
3. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. Киев: Наукова думка, 1986. 543 с.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2012. 572 с.
5. Пугачев В.С. Лекции по функциональному анализу. Магадан, 2013. 744 с.
6. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования, Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 104 с.
7. Расчет систем управления на ЦВМ: Спектральный и интерполяционный методы/В.В. Солодовников, В.В. Семенов, М. Пешель, Д.Недо; Под ред. В.В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1979. 664 с.
8. Бородин М.Ю. Кулесский Р.А. Синтез нелинейных цифровых регуляторов промышленных электроприводов для работы в условиях помех //Электротехническая промышленность. Электропривод. 1982. Вып.6(104). С.3-6.
9. Basis KEB COMBIVERT F5-M/S. Руководство пользователя. KEB Antriebstechnik, 2002.